

## การประยุกต์ใช้ตัวควบคุมฟัซซีสำหรับกระบวนการควบคุมอุณหภูมิ

### Application of Fuzzy Controllers for Temperature Control Process

อรรถพล กัณหาเวก สุทธิ ผู้เจริญชนะเลิศ

งานวิจัยการผลิตอัตโนมัติ ฝ่ายวิจัยและพัฒนาสาขาอิเล็กทรอนิกส์

ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ

**ABSTRACT** - This paper presents designing concept of Takagi-Sugeno (TS) fuzzy Proportional Integral plus Derivative (PI+D) and TS fuzzy Proportional Derivative plus Integral (PD+I) controllers for temperature control process. The bounded-input/bounded-output (BIBO) stability condition of the TS fuzzy PI+D and TS fuzzy PD+I control system can be analyzed by using the small gain theorem. By dividing the input space into 12 different input combinations (ICs), the closed loop system with the proposed controllers will be BIBO stable if all the 12 ICs satisfies the defined stability condition of the small gain theorem. Finally, experimental results in temperature control of fuzzy controller compared with conventional controller and disturbance result of temperature variation are shown.

**KEYWORDS** - Fuzzy control system, Takagi-Sugeno fuzzy control, BIBO stability

**บทคัดย่อ** – บทความนี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมที่เอสฟัซซีพีไอ+ดีและทีเอสฟัซซีพีดี+ไอเพื่อควบคุมอุณหภูมิ พร้อมทั้งใช้ทฤษฎีบทอัตราขยายสัญญาณขนาดเล็กในการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบบีบีโอของระบบควบคุมวงปิดโดยแบ่งขอบเขตของขนาดสัญญาณอินพุตออกเป็น 12 ส่วน หากทั้ง 12 ส่วนสอดคล้องกับเงื่อนไขเสถียรภาพแล้ว สามารถสรุปได้ว่าระบบ ควบคุมฟัซซีมีเสถียรภาพ สุดท้ายแสดงผลของการควบคุมอุณหภูมิเปรียบเทียบระหว่างตัวควบคุมฟัซซีที่ได้ออกแบบกับตัว ควบคุมพีไอ+ดีและพีดี+ไอดั้งเดิมพร้อมทั้งแสดงผลการควบคุมที่มีการรบกวนอันเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิด้วย

**คำสำคัญ** – ระบบควบคุมฟัซซี, การควบคุมฟัซซีชนิดทากาจิ-ซุกะโน, เสถียรภาพแบบบีบีโอ

#### 1. บทนำ

ในปัจจุบัน ระบบควบคุมฟัซซีเป็นระบบควบคุมที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวาง โดยสามารถแบ่งตัวควบคุมฟัซซีออกได้เป็น 2 ชนิด คือชนิดแมมดानी (Mamdani type) อธิบายผลลัพธ์ของกฎการควบคุมในรูปตัวแปรเชิงภาษา (linguistic value) และชนิดทากาจิ-ซุกะโน (Takagi-Sugeno type) ซึ่งอธิบายผลลัพธ์ของกฎการควบคุมในรูปของสมการเชิงเส้น (linear equation) เนื่องจากตัวควบคุมฟัซซีชนิดหลังสามารถเขียนกฎในรูปของสมการเชิงเส้นได้ จึงสะดวกต่อการหาเงื่อนไขเสถียรภาพของระบบควบคุม บทความแรกๆ ของตัวควบคุมฟัซซีที่มีการวิเคราะห์เสถียรภาพจะเป็นชนิดแมมดानी เริ่มตั้งแต่ระบบควบคุมฟัซซีพีไอ [1] ฟัซซีพีดี [2] ฟัซซีพีไอ+ดี [3] และฟัซซี พีดี+ไอ [4] โดยการวิเคราะห์เสถียรภาพใช้วิธีการหาเงื่อนไขเสถียรภาพแบบบีบีโอ (BIBO Stability) ต่อมาได้มีบทความเกี่ยวกับตัวควบคุมฟัซซีที่ใช้กฎการควบคุมชนิดทากาจิ-ซุกะโน (ทีเอส) ได้แก่ ทีเอสฟัซซีพีไอ [5] ทีเอสฟัซซีพีดี

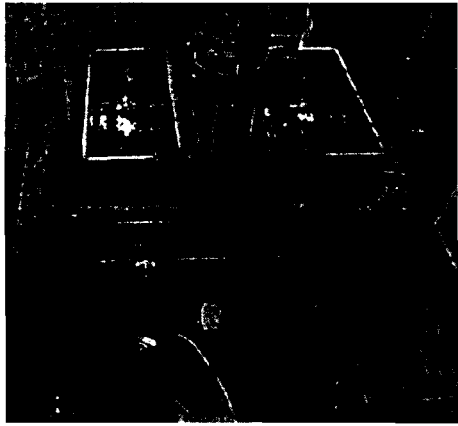
[6] และผู้เขียนได้เคยนำเสนอบทความของ ทีเอสฟัซซีพีไอ+ดี [7] และทีเอสฟัซซีพีดี+ไอ [8] มาแล้ว

บทความนี้ นำโครงสร้างและเงื่อนไขเสถียรภาพของระบบควบคุมที่เอสฟัซซีพีไอ+ดีและทีเอสฟัซซีพีดี+ไอในงานวิจัย [7], [8] ไปออกแบบควบคุมอุณหภูมิของน้ำ เพื่อแสดงผลการควบคุมเปรียบเทียบระหว่างตัวควบคุมที่เอสฟัซซีกับตัวควบคุมดั้งเดิม และเปรียบเทียบผลระหว่างตัวควบคุมที่เอสฟัซซีพีไอ+ดีและพีดี+ไอเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในทันทีทันใดเกิดขึ้นด้วย

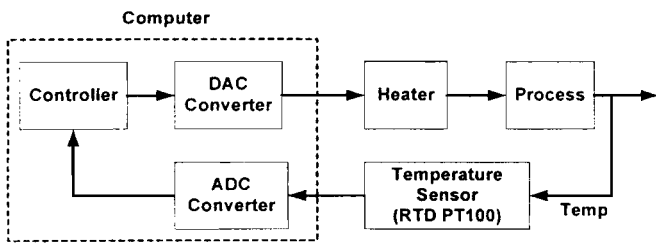
#### 2. กระบวนการควบคุมอุณหภูมิ

บทความนี้ ทำการควบคุมอุณหภูมิของน้ำที่บรรจุอยู่ในถัง ดังแสดงในรูปที่ 1 และสามารถเขียนโคอะแกรมการ ควบคุมอุณหภูมิได้ดังรูปที่ 2 โดยตัวควบคุมจะส่งสัญญาณ ควบคุมที่อยู่ในรูปของสัญญาณ PWM (Pulse Width Modulation) ไปเปิดปิดฮีตเตอร์เพื่อให้ความร้อนแก่ถัง

และอ่านค่าอุณหภูมิจากถังป้อนกลับมาโดยผ่านเซนเซอร์อุณหภูมิ (ชนิด RTD PT-100)

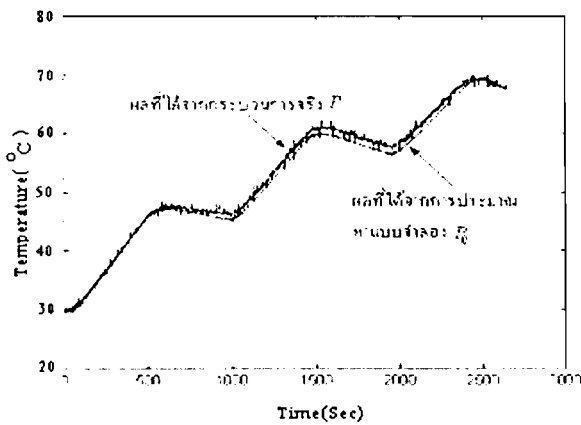


รูปที่ 1 ส่วนประกอบของถังควบคุมอุณหภูมิ



รูปที่ 2 ไลอะแกรมของการควบคุมอุณหภูมิ

หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของถังควบคุมอุณหภูมิโดยป้อนสัญญาณอินพุตคือพลังงานความร้อนซึ่งอยู่ในรูปของแรงดันไฟฟ้าที่มีลักษณะเป็นคลื่นสี่เหลี่ยม (square wave) มีขนาด 0 และ 10 โวลต์ มีคาบเวลา 16 นาที แล้วเก็บสัญญาณเอาต์พุตคือค่าอุณหภูมิของน้ำในหน่วยองศาเซลเซียสด้วยการสุ่ม (sampling time) 1 วินาที นำมาแสดงได้ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 กราฟการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของถังควบคุมอุณหภูมินี้

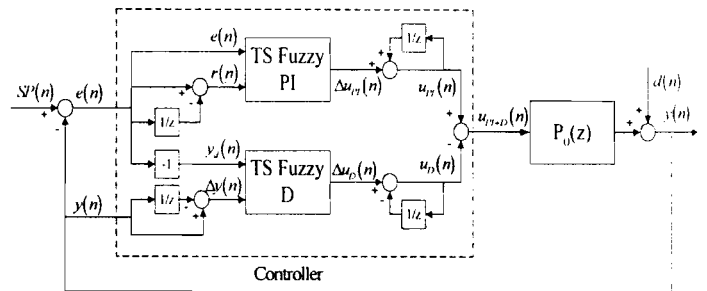
รูปที่ 3 แสดงผลที่ได้จากการทดลองจริงดังกราฟ  $P$  และทำการประมาณหาแบบจำลองของกระบวนการดังคัมน์ำให้มีค่าใกล้เคียงกับผลที่ได้จากกระบวนการจริงมากที่สุดได้ดังกราฟ  $P_0$  โดยใช้ไอเด็นทิฟิเคชันทูลบ็อกซ์ (identification tool box) ในโปรแกรม Ident ในแมทแลป (matlab) ให้อยู่ในรูปดิสครีต (discrete)  $P_0(z)$  ซึ่งสามารถจัดรูปได้เป็นสมการอันดับ 2 ที่มีค่าเวลาประวิง (delay time) 100 วินาที คือ

$$P_0(z) = \frac{0.0002383z - 0.0001390}{z^{100}(z^2 - 0.4804z - 0.5193)} \quad (1)$$

### 3. การออกแบบตัวควบคุม

#### 3.1 โครงสร้างของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอ+ดี

ตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอ+ดีประกอบด้วยตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอ (สัญญาณอินพุตคือค่าความผิดพลาด  $e(n)$  และการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาด  $r(n)$ ) และตัวควบคุมที่เอสพีซีดี (สัญญาณอินพุตคือ  $e(n)$  และการเปลี่ยนแปลงของค่าเอาต์พุต  $\Delta y(n)$ ) ดังรูปที่ 4

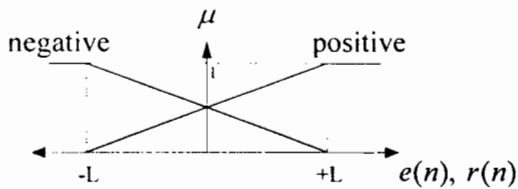


รูปที่ 4 ระบบควบคุมที่เอสพีซีพีไอ+ดี

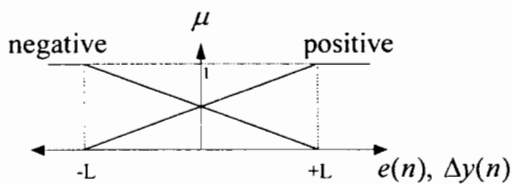
- เมื่อ  $u_{PI+D}$  คือ สัญญาณเอาต์พุตของส่วนการควบคุมพีไอ+ดี
- $\Delta u_{PI}$  คือ สัญญาณเอาต์พุตที่ออกจากกฎควบคุมพีไอ
- $u_{PI}$  คือ สัญญาณเอาต์พุตของส่วนการควบคุมพีไอ
- $\Delta u_D$  คือ สัญญาณเอาต์พุตที่ออกจากกฎการควบคุมดี
- $u_D$  คือ สัญญาณเอาต์พุตของส่วนการควบคุมดี
- $y$  คือ สัญญาณเอาต์พุต
- $SP$  คือ สัญญาณอ้างอิง
- $d$  คือ สัญญาณรบกวนที่เอาต์พุต (output disturbance)

ในขั้นตอนของการฟัซซีฟิเคชัน เพื่อให้ง่ายในการวิเคราะห์เสถียรภาพและหลีกเลี่ยงจำนวนกฎที่มากเกินไปจึงกำหนดให้ฟัซซีเซตของการฟัซซีไฟด์สัญญาณอินพุตของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอและที่เอสพีซี

ค่านั้น ประกอบด้วยสมาชิกเพียง 2 สมาชิก ชื่อ "positive" และ "negative" ดังรูปที่ 5 และ 6 ตามลำดับ



รูปที่ 5 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอ



รูปที่ 6 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของตัวควบคุมที่เอสพีซีดี

กำหนดกฎของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอและที่เอสพีซีดีดังสมการที่ (2) และ (3) ตามลำดับ

- R1: IF Positive  $e(n)$  AND Positive  $r(n)$   
THEN  $\Delta u_{PI_1} = a_1 e(n) + b_1 r(n)$
  - R2: IF Positive  $e(n)$  AND Negative  $r(n)$   
THEN  $\Delta u_{PI_2} = a_2 e(n) + b_2 r(n)$
  - R3: IF Negative  $e(n)$  AND Positive  $r(n)$   
THEN  $\Delta u_{PI_3} = a_3 e(n) + b_3 r(n)$
  - R4: IF Negative  $e(n)$  AND Negative  $r(n)$   
THEN  $\Delta u_{PI_4} = a_4 e(n) + b_4 r(n)$
- (2)
- R5: IF Positive  $e(n)$  AND Negative  $\Delta y(n)$   
THEN  $\Delta u_{D_5} = c_1 \Delta y(n)$
  - R6: IF Positive  $e(n)$  AND Positive  $\Delta y(n)$   
THEN  $\Delta u_{D_6} = c_2 \Delta y(n)$
  - R7: IF Negative  $e(n)$  AND Negative  $\Delta y(n)$   
THEN  $\Delta u_{D_7} = c_3 \Delta y(n)$
  - R8: IF Negative  $e(n)$  AND Positive  $\Delta y(n)$   
THEN  $\Delta u_{D_8} = c_4 \Delta y(n)$
- (3)

เมื่อ  $a_i, b_i$  และ  $c_i$  คือ พารามิเตอร์ตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอ+ดีที่จะทำการออกแบบต่อไป

การดีฟัซซีที่ค่านั้นใช้วิธีหาค่าเฉลี่ยของผลลัพธ์กฎการควบคุม ด้วยวิธีเช่นทฤษฎีฟัซซีฟายเออร์ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้อย่างกว้างขวางและเพื่อให้สามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการเชิงเส้น คำนวณค่าเอาต์พุตที่เปลี่ยนไปของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอและที่เอสพีซีดี ดังสมการที่ (4) และ (5) ตามลำดับ

$$\Delta u_{PI}(n) = \frac{\sum_{i=1}^4 \Delta u_{PI_i} \cdot \mu_{PI_i}}{\sum_{i=1}^4 \mu_{PI_i}} \tag{4}$$

$$\Delta u_D(n) = \frac{\sum_{i=5}^8 \Delta u_{D_i} \cdot \mu_{D_i}}{\sum_{i=5}^8 \mu_{D_i}} \tag{5}$$

เมื่อ  $\mu_{PI_i}$  และ  $\mu_{D_i}$  คือ ค่าความเป็นสมาชิกกฎการควบคุมที่  $i$  ของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอและที่เอสพีซีดีตามลำดับ และจากรูปที่ 4 สามารถหาเอาต์พุตของส่วนการควบคุมที่เอสพีซีพีไอและที่เอสพีซีดี ได้ดังสมการที่ (6) และ (7) ตามลำดับ

$$u_{PI}(n) = \Delta u_{PI}(n) + u_{PI}(n-1) \tag{6}$$

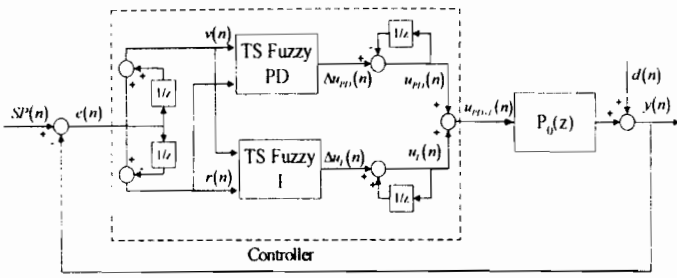
$$u_D(n) = \Delta u_D(n) - u_D(n-1) \tag{7}$$

เอาต์พุตของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอ+ดีแสดงดังสมการที่ (8)

$$u_{PI+D}(n) = u_{PI}(n) - u_D(n) \tag{8}$$

### 3.2 โครงสร้างของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอ

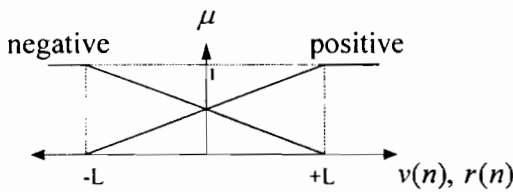
ตัวควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอประกอบด้วยตัวควบคุมที่เอสพีซีพีดีและตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอแยกกัน แสดงดังรูปที่ 7 เมื่อสัญญาณอินพุตของตัวควบคุมทั้งสองคือค่าความผิดพลาดเฉลี่ย  $v(n)$  และ การเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาด  $r(n)$



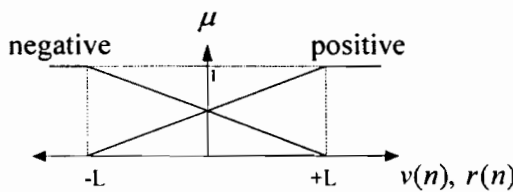
รูปที่ 7 ระบบควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอ

เมื่อ  $u_{PD+I}$  คือ สัญญาณเอาต์พุตของส่วนการควบคุมพีดี+ไอ  
 $\Delta u_{PD}$  คือ สัญญาณเอาต์พุตที่ออกจากกฎการควบคุมพีดี  
 $u_{PD}$  คือ สัญญาณเอาต์พุตของส่วนการควบคุมพีดี  
 $\Delta u_I$  คือ สัญญาณเอาต์พุตที่ออกจากกฎการควบคุมไอ  
 $u_I$  คือ สัญญาณเอาต์พุตของส่วนการควบคุมไอ

เพื่อความง่ายในการวิเคราะห์เสถียรภาพ จึงกำหนดให้ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในชั้นคอนฟิซซีฟิเคชันของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีดีและที่เอสพีซีไอ ประกอบด้วยสมาชิกเพียง 2 สมาชิก ชื่อ "positive" และ "negative" แสดงดังรูปที่ 8 และ 9



รูปที่ 8 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีดี



รูปที่ 9 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของตัวควบคุมที่เอสพีซีไอ

กำหนดกฎของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีดีและที่เอสพีซีไอแสดงดังสมการที่ (9) และ (10) ตามลำดับ

- R9: IF Positive  $v(n)$  AND Positive  $r(n)$   
 THEN  $\Delta u_{PD,9} = g_1 v(n) + h_1 r(n)$   
 R10: IF Positive  $v(n)$  AND Negative  $r(n)$   
 THEN  $\Delta u_{PD,10} = g_2 v(n) + h_2 r(n)$  (9)

- R11: IF Negative  $v(n)$  AND Positive  $r(n)$   
 THEN  $\Delta u_{PD,11} = g_3 v(n) + h_3 r(n)$   
 R12: IF Negative  $v(n)$  AND Negative  $r(n)$   
 THEN  $\Delta u_{PD,12} = g_4 v(n) + h_4 r(n)$   
 R13: IF Positive  $v(n)$  AND Positive  $r(n)$   
 THEN  $\Delta u_{I,13} = f_1 v(n)$   
 R14: IF Positive  $v(n)$  AND Negative  $r(n)$   
 THEN  $\Delta u_{I,14} = f_2 v(n)$  (10)  
 R15: IF Negative  $v(n)$  AND Positive  $r(n)$   
 THEN  $\Delta u_{I,15} = f_3 v(n)$   
 R16: IF Negative  $v(n)$  AND Negative  $r(n)$   
 THEN  $\Delta u_{I,16} = f_4 v(n)$

เมื่อ  $f_i, g_i$  และ  $h_i$  คือพารามิเตอร์ตัวควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอที่จะทำการออกแบบต่อไป

คำนวณค่าเอาต์พุตที่เปลี่ยนไปของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีดีและที่เอสพีซีไอด้วยวิธีเช่นทรอยคัตพีซีฟายเออร์เพื่อให้สามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการเชิงเส้น ดังสมการที่ (11) และ (12) ตามลำดับ

$$\Delta u_{PD}(n) = \frac{\sum_{i=9}^{12} \Delta u_{PD,i} \cdot \mu_{PD,i}}{\sum_{i=9}^{12} \mu_{PD,i}} \quad (11)$$

$$\Delta u_I(n) = \frac{\sum_{i=13}^{16} \Delta u_{I,i} \cdot \mu_{I,i}}{\sum_{i=13}^{16} \mu_{I,i}} \quad (12)$$

เมื่อ  $\mu_{PD,i}$  และ  $\mu_{I,i}$  คือ ค่าความเป็นสมาชิกกฎการควบคุมที่  $i$  ของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีดีและที่เอสพีซีไอตามลำดับ และจากรูปที่ 7 สามารถหาเอาต์พุตของส่วนการควบคุมที่เอสพีซีพีดีและที่เอสพีซีไอได้ดังสมการที่ (13) และ (14) ตามลำดับ

$$u_{PD}(n) = \Delta u_{PD}(n) + u_{PD}(n-1) \quad (13)$$

$$u_I(n) = \Delta u_I(n) + u_I(n-1) \quad (14)$$

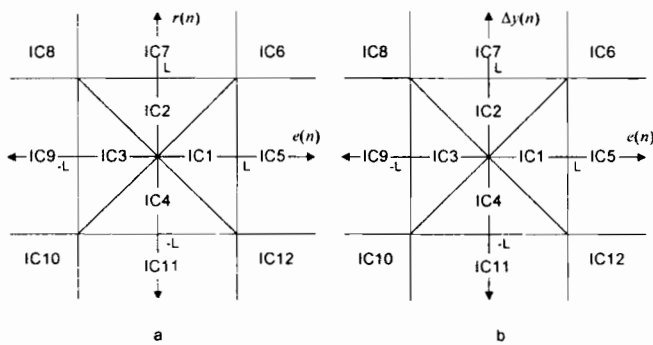
เอาต์พุตของตัวควบคุมที่เอสพีชชีพีดี+ไอแสดงดังสมการที่ (15)

$$u_{PI+I}(n) = u_{PI}(n) + u_I(n) \quad (15)$$

#### 4 เงื่อนไขเสถียรภาพ

##### 4.1 เงื่อนไขเสถียรภาพของระบบควบคุมที่เอสพีชชีพีดี+ไอ

แบ่งขอบเขตของสัญญาณอินพุตออกเป็น 12 บริเวณ (IC 1-IC 12) ดังแสดงในรูปที่ 10 เพื่อหาเงื่อนไขเสถียรภาพในบริเวณแต่ละบริเวณ หากทุกบริเวณสามารถสอดคล้องกับเงื่อนไขเสถียรภาพแล้วก็จะสามารถยืนยันความมีเสถียรภาพของระบบควบคุมวงปิดได้



รูปที่ 10 a. การแบ่งขอบเขตอินพุตของตัวควบคุมที่เอสพีชชีพีดี+ไอ  
b. การแบ่งขอบเขตอินพุตของตัวควบคุมที่เอสพีชชีดี

สามารถหาเงื่อนไขเสถียรภาพโดยอาศัยแนวทาง [7] ได้ดังสมการที่ (16)

$$(\alpha_{PI} + \alpha_D) \cdot \|P\| < 1 \quad (16)$$

เมื่อ  $\|P\|$  คือ ปฏิกิริยานอร์ม (operator norm) ของกระบวนการที่ถูกควบคุม ซึ่งหมายถึงค่าอัตราขยาย (magnitude) ที่มากที่สุดของกระบวนการ  $\alpha_{PI}$  คือค่านอร์มของตัวควบคุมที่เอสพีชชีพีดี  $\alpha_D$  คือค่านอร์มของตัวควบคุมที่เอสพีชชีดี แสดงดังตารางที่ 1 โดยใช้แนวทางการหาจากบทความ [1] หากค่านอร์มที่มากที่สุดในตารางที่ 1 สามารถสอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (16) แล้ว ก็จะสามารถยืนยันความมีเสถียรภาพของระบบควบคุมที่เอสพีชชีพีดี+ไอได้

ตารางที่ 1 ค่านอร์มของตัวควบคุมที่เอสพีชชีพีดี+ไอ

IC#	$\alpha_{PI}$	$\alpha_D$
IC 1	$\frac{\sum_{i=1}^4 (a_i + b_i) +  a_1 - a_2 + b_1 - b_2 }{2}$	$\frac{\sum_{i=1}^4 c_i + (c_1 + c_2) +  (c_4 - c_3) }{2}$
IC 2	$\frac{\sum_{i=1}^4 (a_i + b_i) +  a_1 - a_2 + b_1 - b_2 }{2}$	$\frac{\sum_{i=1}^4 c_i + (c_1 + c_2) +  (c_4 - c_2) }{2}$
IC 3	$\frac{\sum_{i=1}^4 (a_i + b_i) +  a_1 - a_2 + b_1 - b_2 }{2}$	$\frac{\sum_{i=1}^4 c_i + (c_1 + c_2) +  (c_2 - c_1) }{2}$
IC 4	$\frac{\sum_{i=1}^4 (a_i + b_i) +  a_2 - a_4 + b_2 - b_4 }{2}$	$\frac{\sum_{i=1}^4 c_i + (c_2 + c_4) +  (c_3 - c_1) }{2}$
IC 5	$a_1 + a_2 + b_1 + b_2$	$c_4 + c_1$
IC 7	$a_1 + a_2 + b_1 + b_2$	$c_4 + c_2$
IC 9	$a_3 + a_4 + b_3 + b_4$	$c_2 + c_1$
IC 11	$a_2 + a_4 + b_2 + b_4$	$c_3 + c_1$
IC 6	$a_1 + b_1$	$c_4$
IC 8	$a_3 + b_3$	$c_2$
IC 10	$a_4 + b_4$	$c_1$
IC 12	$a_2 + b_2$	$c_3$

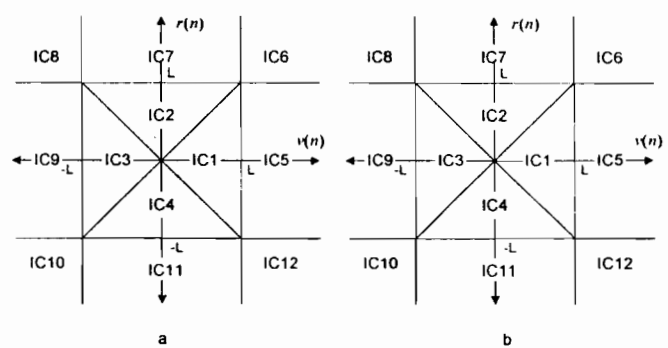
##### 4.2 เงื่อนไขเสถียรภาพของระบบควบคุมที่เอสพีชชีพีดี+ไอ

แบ่งขอบเขตสัญญาณอินพุตของตัวควบคุมที่เอสพีชชีพีดีและที่เอสพีชชีดี ออกเป็น 12 บริเวณ (IC 1-IC 12) ดังแสดงในรูปที่ 11 เพื่อหาเงื่อนไขเสถียรภาพในบริเวณแต่ละบริเวณ

จากงานวิจัย [8] หาเงื่อนไขเสถียรภาพได้ดัง สมการที่ (17)

$$(\alpha_{PD} + \alpha_I) \cdot \|P\| < 1 \quad (17)$$

เมื่อ  $\alpha_{PD}$  คือค่านอร์มของตัวควบคุมที่เอสพีชชีพีดี และ  $\alpha_I$  คือค่านอร์มของตัวควบคุมที่เอสพีชชีดี แสดงดังตารางที่ 2



รูปที่ 11 a. การแบ่งขอบเขตอินพุตของตัวควบคุมที่เอสพีชชีพีดี  
b. การแบ่งขอบเขตอินพุตตัวควบคุมที่เอสพีชชีดี

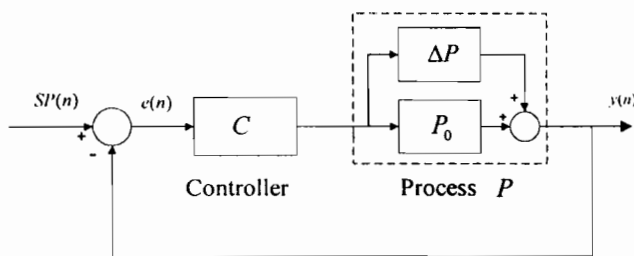
ตารางที่ 2 ค่าออร์มของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอ

IC#	$\alpha_{PD}$	$\alpha_I$
IC 1	$\frac{\sum_{i=1}^4 (g_i + h_i) +  g_1 - g_2 + h_1 - h_2 }{2}$	$\frac{\sum_{i=1}^4 (f_i) +  f_1 - f_2 }{2}$
IC 2	$\frac{\sum_{i=1}^4 (g_i + h_i) +  g_1 - g_3 + h_1 - h_3 }{2}$	$\frac{\sum_{i=1}^4 (f_i) +  f_1 - f_3 }{2}$
IC 3	$\frac{\sum_{i=1}^4 (g_i + h_i) +  g_1 - g_4 + h_1 - h_4 }{2}$	$\frac{\sum_{i=1}^4 (f_i) +  f_1 - f_4 }{2}$
IC 4	$\frac{\sum_{i=1}^4 (g_i + h_i) +  g_2 - g_4 + h_2 - h_4 }{2}$	$\frac{\sum_{i=1}^4 (f_i) +  f_2 - f_4 }{2}$
IC 5	$g_1 + g_2 + h_1 + h_2$	$f_1 + f_2$
IC 7	$g_1 + g_3 + h_1 + h_3$	$f_1 + f_3$
IC 9	$g_1 + g_4 + h_1 + h_4$	$f_1 + f_4$
IC 11	$g_2 + g_4 + h_2 + h_4$	$f_2 + f_4$
IC 6	$g_1 + h_1$	$f_1$
IC 8	$g_3 + h_3$	$f_3$
IC 10	$g_4 + h_4$	$f_4$
IC 12	$g_2 + h_2$	$f_2$

หากค่าออร์มที่มากที่สุดจากตารางที่ 2 สามารถสอดคล้องกับเงื่อนไขเสถียรภาพในสมการที่ (17) แล้ว ก็จะสามารถยืนยันความมีเสถียรภาพของระบบควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอได้

4.3 เงื่อนไขเสถียรภาพเมื่อพิจารณาความคลาดเคลื่อนด้วย

ในบทความนี้จะพิจารณาความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการหาแบบจำลองของกระบวนการ ให้อยู่ในรูปของความไม่แน่นอนเชิงบวก แสดงได้ดังรูปที่ 12



รูปที่ 12 ระบบที่มีความไม่แน่นอนเชิงบวก

โดยสามารถเขียนกระบวนการ P ให้อยู่ในรูปของสมการที่ (18)

$$P = P_0 + \Delta P \tag{18}$$

เมื่อ  $P_0$  คือกระบวนการระบุ (nominal process) ที่ถูกควบคุมและ  $\Delta P$  คือความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการหาแบบจำลองของกระบวนการ และเมื่อเปลี่ยนค่า  $\|P\|$  ในสมการที่ (16) ซึ่งเป็นสมการเงื่อนไขเสถียรภาพของระบบควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอ+คี่ เป็น  $\|P_0\| + \|\Delta P\|$  ซึ่งเป็นค่าอัตราขยายที่มากที่สุดของกระบวนการ  $P = P_0 + \Delta P$  ทั้งนี้เนื่องจาก

$$\|P_0 + \Delta P\| \leq \|P_0\| + \|\Delta P\| \tag{19}$$

นั่นคือ  $\|P_0 + \Delta P\|$  มีค่ามากที่สุดไม่เกิน  $\|P_0\| + \|\Delta P\|$

แล้วเราจะได้เงื่อนไขเสถียรภาพเมื่อพิจารณาความคลาดเคลื่อนด้วยเป็นดังสมการที่ (20)

$$(\alpha_{PI} + \alpha_D) \cdot (\|P_0\| + \|\Delta P\|) < 1 \tag{20}$$

นั่นคือ สำหรับกระบวนการที่พิจารณาความไม่แน่นอนเชิงบวก ถ้าหากค่าความไม่แน่นอนที่อยู่ในรูปออร์มอินฟินิตี้  $\|\Delta P\|$  สอดคล้องกับเงื่อนไขเสถียรภาพในสมการที่ (20) แล้ว จะสามารถทำให้ระบบควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอ+คี่มีเสถียรภาพถึงแม้จะมีความคลาดเคลื่อนที่อยู่ในรูปของความไม่แน่นอนเชิงบวกเกิดขึ้น โดยขอบเขตของความคลาดเคลื่อนที่ยังสามารถทำให้มีระบบควบคุมยังคงเสถียรภาพ มีค่าตามสมการที่ (21)

$$\|\Delta P\| < \frac{1}{(\alpha_{PI} + \alpha_D)} - \|P_0\| \tag{21}$$

อาศัยแนวทางเดียวกับระบบควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอ+คี่ จะได้ระบบควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอที่มีการพิจารณาความคลาดเคลื่อนของกระบวนการให้อยู่ในรูปของความไม่แน่นอนเชิงบวก จะมีเสถียรภาพก็ต่อเมื่อค่าของความไม่แน่นอน  $\|\Delta P\|$  สอดคล้องกับเงื่อนไขในสมการที่ (22)

$$(\alpha_{PI} + \alpha_I) \cdot (\|P_0\| + \|\Delta P\|) < 1 \tag{22}$$

และขอบเขตของค่าความคลาดเคลื่อนที่ยังทำให้ระบบควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอ มีเสถียรภาพ จึงแสดงได้ดังสมการที่ (23)

$$\|\Delta P\| < \frac{1}{(\alpha_{PI} + \alpha_I)} - \|P_0\| \tag{23}$$

5. การทดลองควบคุมอุณหภูมิ

จากการประมาณแบบจำลองของถังได้  $P_0(z)$  ตาม สมการที่ (1) โดยใช้ฟังก์ชัน dhfnorm ในโปรแกรมแมทแลป สามารถหาค่านอร์มของ  $P_0(z)$  ได้ดังนี้

$$\|P_0(z)\| = 0.274$$

จากกราฟการประมาณแบบจำลองของถังในรูปที่ 3 เมื่อประมาณแบบจำลองให้ใกล้เคียงกับกระบวนการจริงมากขึ้นกว่าเดิมโดยให้  $P_0(z)$  มีอันดับมากกว่า 2 มากๆ พบว่าค่า  $\|P_0(z)\|$  มีค่าเปลี่ยนแปลงในทศนิยมตำแหน่งที่ 3 ซึ่งถือว่ามี การเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ดังนั้นค่าความผิดพลาดของการประมาณแบบจำลอง  $\|\Delta P(z)\|$  จึงมีการเปลี่ยนแปลงไม่เกินทศนิยมตำแหน่งที่ 1 นั่นคือ

$$\|\Delta P(z)\| < 0.100$$

นั่นคือ เมื่อได้ค่านอร์มของกระบวนการแล้ว อันดับต่อไปจะทำการออกแบบตัวควบคุมเพื่อควบคุมอุณหภูมิของถังน้ำ โดยจะยังคงมีเสถียรภาพอยู่ แม้จะมีการรบกวนที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของน้ำอย่างรวดเร็วเกิดขึ้น

ในการกำหนดค่าขอบเขต  $L$  ของกฎการควบคุมพีซีซีนั้น ขึ้นกับการประยุกต์ใช้งานว่า ต้องการให้ผลการควบคุมออกมาในลักษณะไหน นั่นคือ ถ้าค่า  $L$  น้อย ค่าความผิดพลาดก็น้อย แต่จะมีข้อเสียคือ ระบบควบคุมมีการแกว่งมาก ถ้าค่า  $L$  มาก ค่าความผิดพลาดก็มากขึ้น แต่จะมีข้อเสียคือ ระบบควบคุมมีการแกว่งน้อยหรือ smooth ขึ้น สำหรับในบทความนี้ต้องการให้ความผิดพลาดมีค่าน้อยจึงเลือกพารามิเตอร์  $L = 0.1$  และเลือก  $a_i, b_i$  และ  $c_i$  เมื่อ  $i = 1, 2, 3, 4$  ของตัวควบคุมที่เอสพีซีซีพีไอ+ดี โดยใช้วิธีลองผิดลองถูก (trial and error) ให้อยู่บนเงื่อนไขของค่านอร์มของตัวควบคุมที่ต้องสอดคล้องกับเสถียรภาพในสมการที่ (20) ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่เอสพีซีซีพีไอ+ดี

	$a_i$	$b_i$	$c_i$
$i = 1$	0.002	0.1	0.1
$i = 2$	0.002	1.5	0.001
$i = 3$	0.00001	0.1	0.001
$i = 4$	0.00001	0.1	0.1

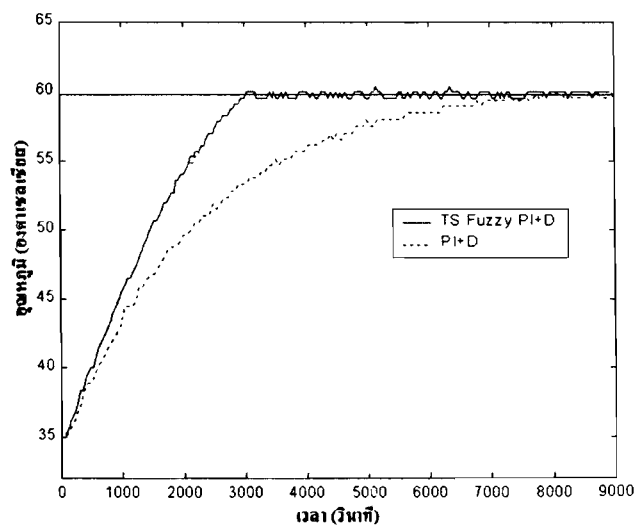
ออกแบบตัวควบคุมที่เอสพีซีซีพีไอโดยใช้วิธีลองผิดลองถูกให้สอดคล้องกับเงื่อนไขเสถียรภาพในสมการที่ (22) โดยเลือกพารามิเตอร์  $f_i, g_i$  และ  $h_i$  เมื่อ  $i = 1, 2, 3, 4$  ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่เอสพีซีซีพีไอ

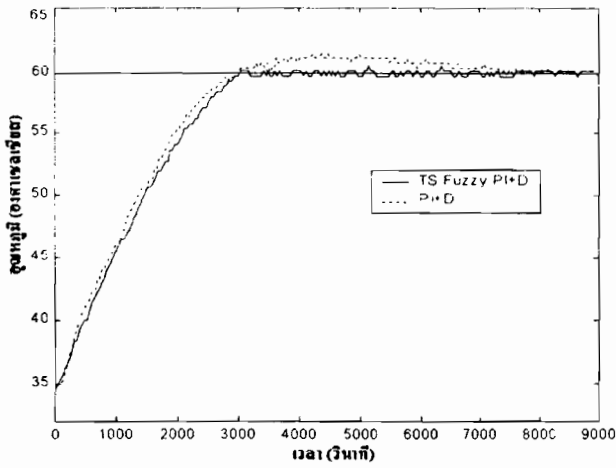
	$g_i$	$h_i$	$f_i$
$i = 1$	0.002	0.1	0.1
$i = 2$	0.002	1.5	0.001
$i = 3$	0.00001	0.1	0.001
$i = 4$	0.00001	0.1	0.1

จากค่าพารามิเตอร์ที่เลือกมา สามารถแสดงผลการควบคุมอุณหภูมิที่ 60 องศาเซลเซียสเปรียบเทียบระหว่างระบบควบคุมที่เอสพีซีซีพีไอ+ดีและระบบควบคุมที่ไอ+ดีดั้งเดิมที่ใช้กันอย่างกว้างขวาง โดยการใช้วิธีของซิกเลอร์-นิโคล (Zigler-Nichol Method) [9] สามารถหาค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมที่ไอ+ดี  $K_p = 1.5, K_i = 0.001$  และ  $K_d = 0.004$  และแสดงผลเปรียบเทียบได้ดังรูปที่ 13

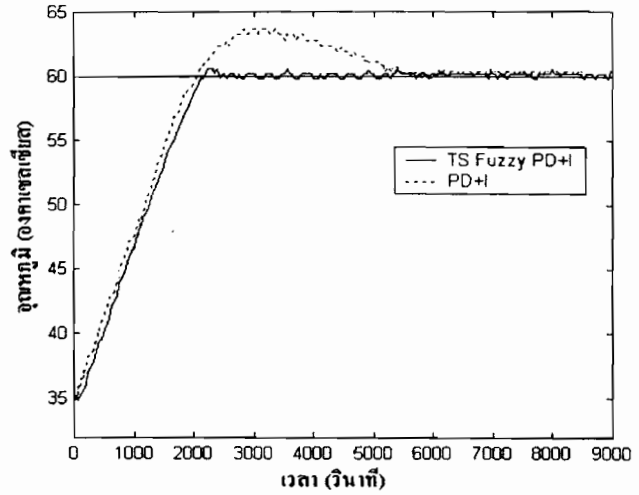
จากรูปที่ 13 พบว่าระบบควบคุมที่ไอ+ดีดั้งเดิมที่มีค่าเกณฑ์ข้างต้นให้ผลตอบสนองที่ช้ากว่าระบบควบคุมที่เอสพีซีซีพีไอ+ดีอยู่มาก ดังนั้นจึงเพิ่มความเร็วของระบบควบคุมที่ไอ+ดีดั้งเดิมข้างต้น โดยเพิ่มค่าเกณฑ์  $K_i$  ขึ้นเป็น 0.002 สามารถแสดงผลตอบสนองเปรียบเทียบดังรูปที่ 14 พบว่าตัวควบคุมที่ไอ+ดีดั้งเดิมมีผลตอบสนองเร็วขึ้นแต่มีค่าพุ่งเกิน (overshoot) เกิดขึ้นในขณะที่ระบบควบคุมที่เอสพีซีซีพีไอ+ดีไม่มีค่าพุ่งเกิน



รูปที่ 13 ผลการควบคุมเปรียบเทียบระหว่างระบบควบคุมที่เอสพีซีซีพีไอ+ดีและระบบควบคุมที่ไอ+ดีดั้งเดิมที่ใช้วิธีของซิกเลอร์-นิโคล คำนวณค่าเกณฑ์



รูปที่ 14 ผลการควบคุมเปรียบเทียบระหว่างระบบควบคุมที่เอสฟัซซีพีไอ+ดีและระบบควบคุมพีไอ+ดีดั้งเดิมที่ค่าเกณฑ์  $K_i$  เป็น 0.002

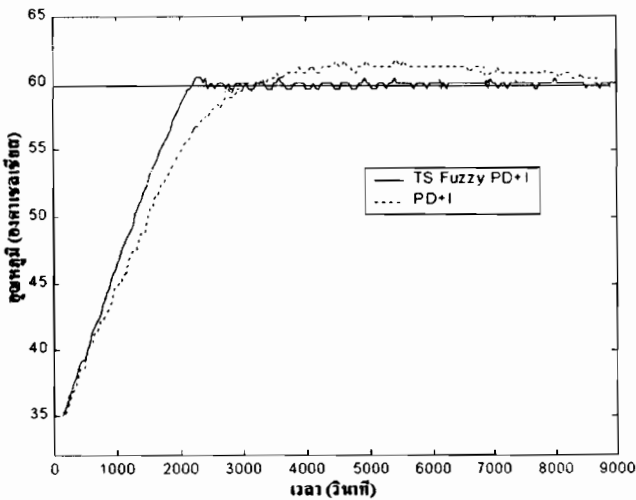


รูปที่ 16 ผลการควบคุมเปรียบเทียบระหว่างระบบควบคุมที่เอสฟัซซีพีดี+ไอและระบบควบคุมพีดี+ไอดั้งเดิมที่ค่าเกณฑ์  $K_i$  เป็น 0.002

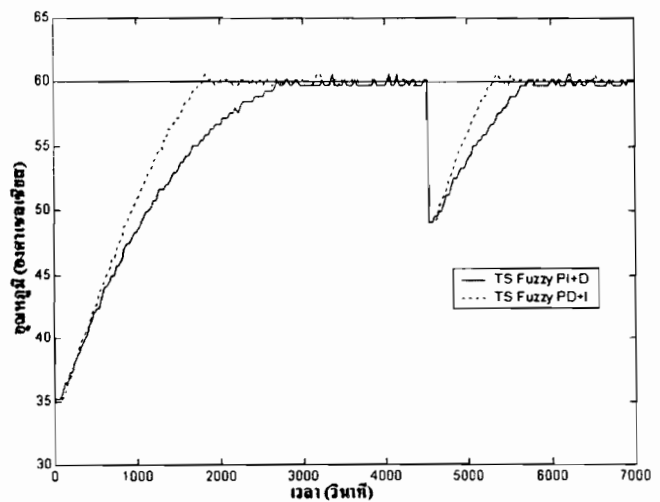
อาศัยแนวทางเดียวกัน สามารถแสดงผลตอบสนองเปรียบเทียบระหว่างระบบควบคุมที่เอสฟัซซีพีดี+ไอและพีดี+ไอดั้งเดิมที่มีค่าเกณฑ์  $K_p = 1.5$ ,  $K_i = 0.001$  และ  $K_d = 0.004$  ที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส ดังรูปที่ 15 และผลตอบสนองเปรียบเทียบเมื่อเพิ่มเกณฑ์ของตัวควบคุมพีดี+ไอดั้งเดิมเป็น 0.002 แสดงดังรูปที่ 16 ตามลำดับ

จากผลการควบคุมพบว่าระบบควบคุมที่เอสฟัซซีพีดี+ไอให้ผลตอบสนองที่เร็วกว่าตัวควบคุมพีดี+ไอดั้งเดิมโดยไม่มีค่าพุ่งเกินเกิดขึ้น

ในการทดสอบความมีเสถียรภาพของการควบคุมจริงนั้น จะให้มีการรบกวนที่เอาต์พุต โดยลดอุณหภูมิของน้ำลง 10 องศาที่เวลา 4500 วินาที สามารถแสดงผลตอบสนองของการควบคุมจริงที่มีการรบกวนที่อุณหภูมิ 60 องศา ดังรูปที่ 17



รูปที่ 15 ผลการควบคุมเปรียบเทียบระหว่างระบบควบคุมที่เอสฟัซซีพีดี+ไอและระบบควบคุมพีดี+ไอดั้งเดิม



รูปที่ 17 ผลตอบสนองของผลการควบคุมจริงที่อุณหภูมิ 60 องศาเมื่อมีการรบกวน

จากการควบคุมจริงพบว่า เมื่อลดอุณหภูมิลง ตัวควบคุมทั้ง 2 สามารถควบคุมให้ผลตอบสนองกลับเข้าสู่สัญญาณอ้างอิงได้ โดยตัวควบคุมที่เอสฟัซซีพีดี+ไอจะให้ผลตอบสนองกลับเข้าเร็วกว่าตัวควบคุมที่เอสฟัซซีพีไอ+ดี เมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์เดียวกันเพราะตัวควบคุมที่เอสฟัซซีพีดี+ไอนั้นมีส่วนควบคุมไอแยกออกมาซึ่งจะทำให้ผลการควบคุมเร็วขึ้น ซึ่ง



หากต้องการให้ตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอ+ดีมีผลตอบสนองที่เร็วกว่านี้ ก็สามารทำได้โดยปรับเพิ่มค่าเกนของตัวควบคุมให้มีค่าเพิ่มขึ้นแต่จะมีผลทำให้เสถียรภาพของระบบลดลงหากค่าเกนเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ตัวควบคุมทั้งสองยังมีลักษณะที่แตกต่างกันในการนำไปใช้ กล่าวคือ ตัวควบคุมที่เอสพีซีพีไอ+ดีมีโครงสร้างที่แยกส่วนการควบคุมคือออกมาทำให้สามารถลดผลของสัญญาณรบกวนได้ และโครงสร้างของตัวควบคุมที่เอสพีซีพีดี+ไอที่มีการแยกส่วน ไอออกมานั้นจะสามารถลดผลของอินทิกรัลวาค์อัพ (integral windup) ได้

## 6. สรุปและข้อเสนอแนะ

ในการควบคุมอุณหภูมิ ระบบควบคุมฟuzzyสามารถให้สมรรถนะที่ดีกว่าตัวควบคุมแบบดั้งเดิม หากออกแบบค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมฟuzzyให้สอดคล้องกับเงื่อนไขเสถียรภาพแล้ว จะสามารถรับประกันความเสถียรภาพของระบบควบคุมที่มีการรบกวนเกิดขึ้นได้ โดยค่าพารามิเตอร์ที่เลือกมาโดยวิธีลองผิดลองถูก นอกจากจะทำให้มีเสถียรภาพแล้วยังให้ผลตอบสนองที่ดีอีกด้วย

แบบจำลองที่ทำการประมาณนั้นมีค่านอร์มคลาดเคลื่อนจากกระบวนการจริงอยู่ เมื่อนำมาใช้ในเงื่อนไขเสถียรภาพแล้วก็ยังสามารถยืนยันความเสถียรภาพได้ เนื่องจากเงื่อนไขเสถียรภาพอยู่ในรูปของอสมการ เราสามารถเชื่อมผลจากความคลาดเคลื่อนนี้ได้โดยการเลือกพารามิเตอร์ของตัวควบคุมฟuzzyเพื่อให้ค่านอร์มของตัวควบคุมมีค่าน้อย อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่าการทำให้ตัวควบคุมมีค่านอร์มน้อยนั้นจะเป็นการเพิ่มความเสถียรภาพของระบบควบคุม แต่อาจมีผลทำให้สมรรถนะของระบบควบคุมด้อยลงโดยผลตอบสนองเข้าสู่สัญญาณอ้างอิงช้า

## 7. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณสถาบันบัณฑิตวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีไทย สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ (สวทช.) ที่ได้สนับสนุนเงินทุนวิจัย และ ขอขอบพระคุณ รศ. ดร. จงกล งามวิวิทย์ ที่ได้ช่วยเหลือให้คำปรึกษาเป็นอย่างดีในการทำวิจัย

## 8. เอกสารอ้างอิง

- [1] G. -R. Chen and H. Ying, "BIBO Stability of Nonlinear Fuzzy PI Control System," J. Intelligent & Fuzzy System, Vol. 5, 1997, pp. 245-256.
- [2] H. A. Malki and G. -R. Chen, "New Design and Stability Analysis of Fuzzy Proportional-Derivative Control Systems," IEEE Trans. Fuzzy Systems, 1994, pp. 245-254.
- [3] D. Misir, H. A. Malki, and G. Chen, "Design and Analysis of a Fuzzy Proportional-Integral-Derivative Controller," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 79, 1996, pp. 297-314.
- [4] H. A. Malki, D. Misir, D. Feigenspan, and G. -R. Chen, "Fuzzy PID Control of a Flexible-Joint Robot Arm with Uncertainties from Time-Varying Loads," IEEE Trans. Control Systems Technology, Vol. 5, 1997, pp. 371-378.
- [5] Y. Ding, H. Ying, and S. Shao, "Theoretical Analysis of a Takagi-Sugeno Fuzzy PI Controller with Application to Tissue Hyperthermia Therapy," IEEE International Conference on Fuzzy System Proceeding, Vol. 1, 1998, pp. 252 -257.
- [6] H. Ying, "An Analytical Study on Structure, Stability and Design of General Nonlinear Takagi-Sugeno Fuzzy Control Systems," Automatica, Vol. 34, No. 12, 1998, pp. 1617-1623.
- [7] อรรถพล กัณหเวก จงกล งามวิวิทย์ สุธี ผู้เจริญชนะเลิศ "การออกแบบตัวควบคุมทากาจิ-ซุเกโนฟuzzyพีไอ+ดีสำหรับระบบการเชิงเส้นที่อยู่ในช่วง" วิศวกรรมลาดกระบังปีที่ 18 ฉบับที่ 1 เดือนมีนาคม 2544 หน้า 7-12
- [8] อรรถพล กัณหเวก จงกล งามวิวิทย์ สุธี ผู้เจริญชนะเลิศ "การออกแบบและวิเคราะห์เสถียรภาพระบบควบคุม ทากาจิ-ซุเกโนฟuzzyพีดี+ไอ" การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 24 22-23 พฤศจิกายน 2544 หน้า 575-580
- [9] Katsuhiko Ogata, "Modern Control Engineering," Prentice Hall, 1995.



**อรรถพล** กัณหเวก ปริญญาตรี ระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สจล. ปริญญาโทวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สจล. งานวิจัย การออกแบบระบบควบคุมพีซีซี ระบบควบคุมพีไอดี ปัจจุบันทำงานเป็นผู้ช่วยนักวิจัย NECTEC RDE-7 กำลังทำ

วิจัยโปรเจกต์หุ่นยนต์เป่าแก้ว



**สุธี** ผู้เจริญชนะชัย จบการศึกษาระดับปริญญาตรี วิศวกรรมควบคุม จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง จากนั้นได้รับทุนจากรัฐบาลญี่ปุ่น เพื่อไปศึกษาต่อจนจบปริญญาเอก ในสาขาเดียวกัน ณ สถาบันเทคโนโลยีโตเกียว ทำงานที่ศูนย์

เทคโนโลยี อิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ โดยเน้นงานวิจัยและพัฒนาเทคโนโลยีเทคโนโลยีทางการแพทย์ และการผลิตอัตโนมัติ ซึ่งก่อให้เกิดการสร้างต้นแบบและผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ อาทิ ซอฟต์แวร์ช่วยนับปริมาณ แคลเซียมในหลอดเลือดหัวใจ ระบบจับเก็บและวิเคราะห์ภาพการแพทย์ ซอฟต์แวร์จำลองการทำงาน เครื่องจักรซีเอ็นซี อุปกรณ์ควบคุมการเคลื่อนที่แบบหลายแกน ตัวควบคุมเครื่องเย็บรองเท้า ตัวควบคุมเครื่องเจียรไนโลหะ เป็นต้น และเป็นอาจารย์พิเศษที่สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง และได้เขียนบทความวิชาการมากกว่า 30 บทความในสาขา Mechatronics, Motion Control, Robust Adaptive Control, Nonlinear Control และ Medical Informatics