

ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์และเชิงตัวเลขของตัวทำความเย็น เส้นลวดนาโนซิลิกอนเทอร์โมอิเล็กทริกในสภาวะคงตัว

โดย

ปิยวัฒน์ ทัพสนิท :: ภาควิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยมหิดล

เชษฐา รัตนพันธ์ :: NECTEC

สงกรานต์ ศิริเดชาชัย :: NECTEC

ศรเทพ วรรณรัตน์ :: NECTEC

ทีปานิศ ชาชิโย :: ภาควิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

NECTEC Annual Conference & Exhibition 2010

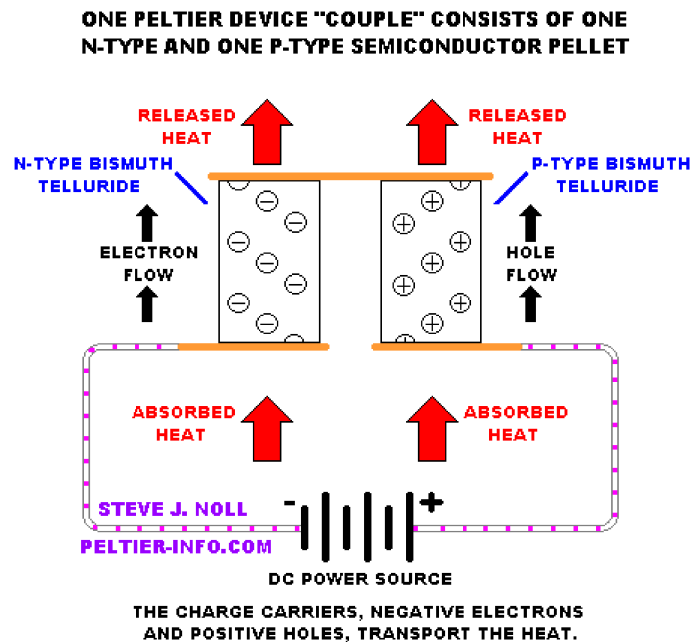
23 กันยายน 2553

Outline

- เทอร์โมอิเล็กทริก(TE)และการทำความเย็นด้วยเทอร์โมอิเล็กทริก (TEC)
- ความสามารถในการทำความเย็นของ SiNW
- ระบบสมการที่ควบคุมพฤติกรรมของ TE
- การแก้ระบบสมการของ TE ด้วยวิธีผลต่างสี่บเนื่อง
(finite difference)
- ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของระบบสมการ TE ในระบบการทำความเย็น
- ผลการศึกษา
- สรุปผลการศึกษา

1. เทอร์โมอิเล็กทริก(TE) และการทำความเย็นด้วยเทอร์โมอิเล็กทริก (TEC)

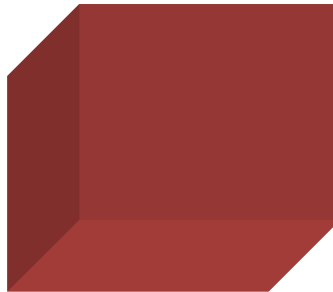
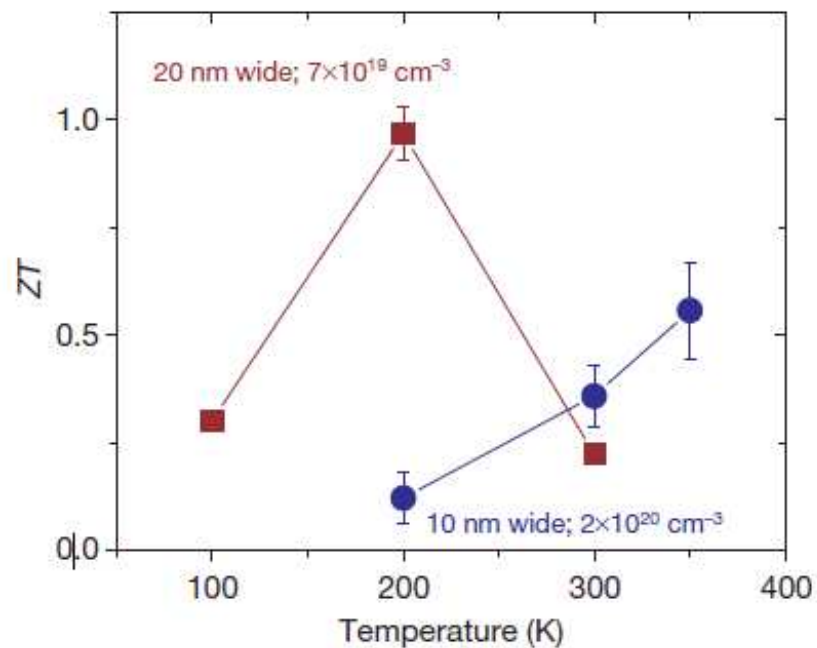
- วัสดุที่มีคุณสมบัติเทอร์โมอิเล็กทริก สามารถเปลี่ยนความแตกต่างของอุณหภูมิเป็นกระแสไฟฟ้า , เปลี่ยนกระแสไฟฟ้าเป็นความแตกต่างของอุณหภูมิ
- Bi_2Te_3 เป็น วัสดุเทอร์โมอิเล็กทริกที่ถูกนำมาทำในเชิงการค้า



ที่มา : <http://www.peltier-info.com/photos.html>

2. ความสามารถในการทำความเย็นของ SiNW

- จากงานวิจัยของ **Boukai** และ คณะ พบว่า ค่าสภาพการนำความร้อนของ **Si** จะลดลงเกือบร้อยละเท่า เมื่อลดขนาดลงให้เป็น **SiNW** จึงทำให้ประสิทธิภาพทางเทอร์โมอิเล็กทริกของ **Si** ดีขึ้นถึง **100** เท่า (ค่า **ZT** เพิ่มขึ้น)



20 nm x 20 nm



10 nm x 20 nm

3. ระบบสมการที่ควบคุมพฤติกรรมของ TE

- การไหลของประจุในสภาวะคงตัว , สมการความต่อเนื่องของประจุ

$$(1) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

- สมการความสมดุลของพลังงาน ระหว่าง พลังงานไฟฟ้าและพลังงานความร้อน

$$(2) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{q} + \vec{J} \cdot \vec{\nabla} V = 0$$

- Thermoelectric constitutive equations

$$(3) \quad \vec{J} = -\gamma \vec{\nabla} V - \gamma \alpha \vec{\nabla} T$$

$$(4) \quad \vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T + \alpha T \vec{J} \quad \text{หรือ} \quad \vec{q} = -\alpha T \gamma \vec{\nabla} V - (\kappa + \alpha^2 \gamma T) \vec{\nabla} T$$

โดยมี สัมประสิทธิ์ทางเทอร์โมอิเล็กทริก : α = สัมประสิทธิ์ Seebeck ,

γ = ค่าสภาพนำไฟฟ้า

และ κ = ค่าสภาพนำความร้อน

4. การแก้ระบบสมการของ TE ด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference)

- เขียนทั้ง 4 สมการให้อยู่ในรูปของศักย์ไฟฟ้า (V) และอุณหภูมิ (T)
จนเหลือเพียง 2 สมการที่คู่ควบกันอยู่ ดังสมการ (5) และ (6)

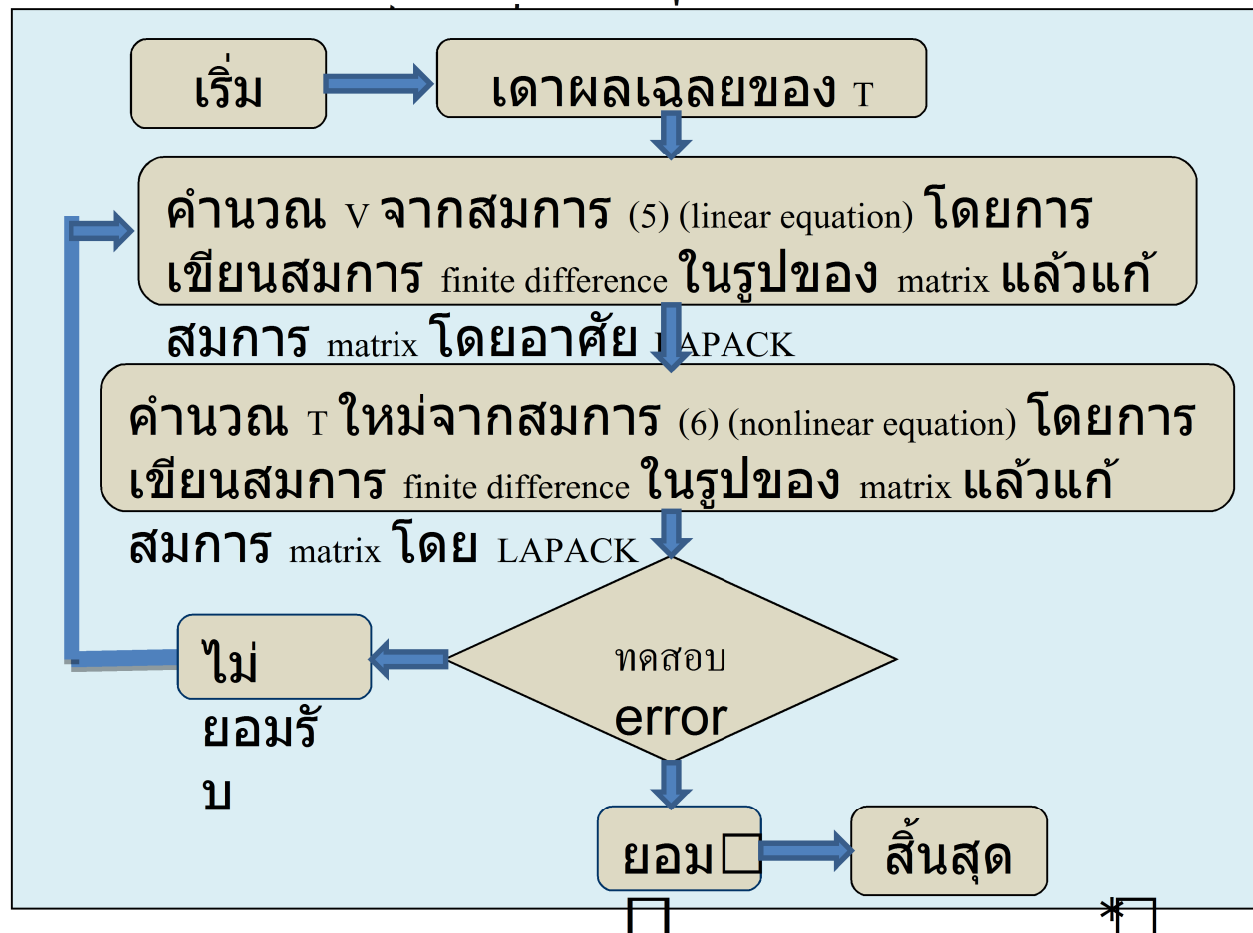
$$\vec{\nabla} \cdot (\gamma \vec{\nabla} V) + \vec{\nabla} \cdot (\gamma \alpha \vec{\nabla} T) = 0 \quad (5)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\alpha T \gamma \vec{\nabla} V) + \vec{\nabla} \cdot [(\kappa + \alpha^2 \gamma T) \vec{\nabla} T] + \gamma \vec{\nabla} V \cdot \vec{\nabla} V + \gamma \alpha \vec{\nabla} T \cdot \vec{\nabla} V = 0 \quad (6)$$

- พิจารณาใน 1 มิติ และกำหนดให้ สัมประสิทธิ์ทุกตัวมีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ จะสามารถแก้สมการทั้งสองเพื่อ หาศักย์ไฟฟ้าและอุณหภูมิได้โดยวิธีผลต่างสืบเนื่อง และวิธี self consistent

5. การแก้ระบบสมการของ TE ด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference)

แผนผังของวิธี self consistent ของระบบสมการ



6. ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของระบบสมการ TE ในระบบการทำความเย็น

หาได้จากการแก้สมการ (1) – (4) ของระบบเทอร์โมอิเล็กทริกใน

สภาวะคงตัว โดยจากสมการ (1) จะเห็นได้ชัดว่าความหนาแน่นกระแส (J) มีค่า
คงที่

ดังนั้นจึงเขียนผลเฉลยของค่าอื่นๆ ในรูปของ J ดังต่อไปนี้

$$T(x) = -\frac{\alpha J^2}{2\kappa\gamma} x^2 + C_1 x + C_2 \quad (7)$$

$$V(x) = \frac{\alpha J^2}{2\kappa\gamma} x^2 - \left(\alpha C_1 + \frac{J}{\gamma} \right) x + C_3 \quad (8)$$

$$q(x) = -\frac{\alpha J^3}{2\kappa\gamma} x^2 + \left(\frac{J^2}{\gamma} + \alpha C_1 J \right) x + (\alpha C_2 J - \kappa C_1) \quad (9)$$

7 . ผลการศึกษา

6.1 ระบบตัวทำความเย็นเทอร์โมอิเล็กทริกที่ศึกษา (TECbc)

กำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่ปลายทั้งสองข้างของแท่ง TE ดังรูป

1. โป้แอสความต่างศักย์

1.

$$x = 0 \quad \Delta V = V_C - V_h \quad x = L$$

$$V(0) = V_C, (+)$$

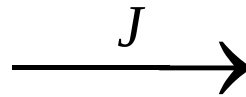
$$V(L) = V_h, (-)$$

$$T(0) = T_C (COLD)$$

$$T'(L) = 0$$

2.

$$x = 0$$



$$x = L$$

$$J(0) = J$$

$$V(L) = V_h, (-)$$

$$T(0) = T_C (COLD)$$

$$T'(L) = 0$$

2. ให้กระแสไฟฟ้า

7. ผลการศึกษา (2)

6.2 ปริมาณที่จะศึกษาในระบบตัวทำความเย็นเทอร์โมอิเล็กทริก

- ความแตกต่างของอุณหภูมิ, ΔT

- ความหนาแน่นฟลักซ์กำลังความร้อนบนผิวยื่น, q_c

6.3 ตัวอย่างของ SiNW (1)

SiNW ที่ถูกสังเคราะห์โดยกลุ่มวิจัยของ A. Hochbaum และคณะ

(A. Hochbaum, R. Chen, P. Delgado, W. Liang, E. Garnett, M. Najarian, A. Majumdar, and P. Yang, “Enhanced thermoelectric performance of rough silicon nanowires”, nature, vol. 451, 2008, pp.163-168.)

แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

1. SiNW ซึ่งถูกสังเคราะห์โดยวิธี aqueous electroless etching
: EE-SiNW

2. SiNW ซึ่งสังเคราะห์โดยวิธี vapor–liquid–solid (VLS)-grown
: VLS-SiNW

7. ผลการศึกษา (3)

6.3 ตัวอย่างของ SiNW (2)

- คุณสมบัติทางเทอร์โมอิเล็กทริกของ EE-SiNW และ VLS-SiNW เปรียบเทียบกับ Commercial Doped Bi_2Te_3

	สัมประสิทธิ์ Seebeck V/K	ค่าสภาพนำ ไฟฟ้า A/(V·m)	ค่าสภาพนำ ความร้อน W/(K·m)
EE-SiNW	245×10^{-6}	0.59×10^5	1.6
VLS-SiNW	245×10^{-6}	0.59×10^5	20.0
Doped Bi_2Te_3	194×10^{-6}	0.84×10^5	1.612

- ขนาดของ SiNW ทั้งสองชนิดเท่ากัน เท่ากับ $50 \text{ nm} \times 50 \text{ nm} \times 2.5 \text{ }\mu\text{m}$

7. ผลการศึกษา (4)

6.4 กระแสไฟฟ้าจากระเบียบวิธีผลต่างสลับเนื่อง ของ SiNW เปรียบเทียบกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ ในระบบ TECbc แบบที่ 1

1.

$$x = 0 \quad \Delta V = V_C - V_h \quad x = L$$

$$V(0) = V_C, (+)$$

$$V(L) = V_h, (-)$$

$$T(0) = T_C (COLD)$$

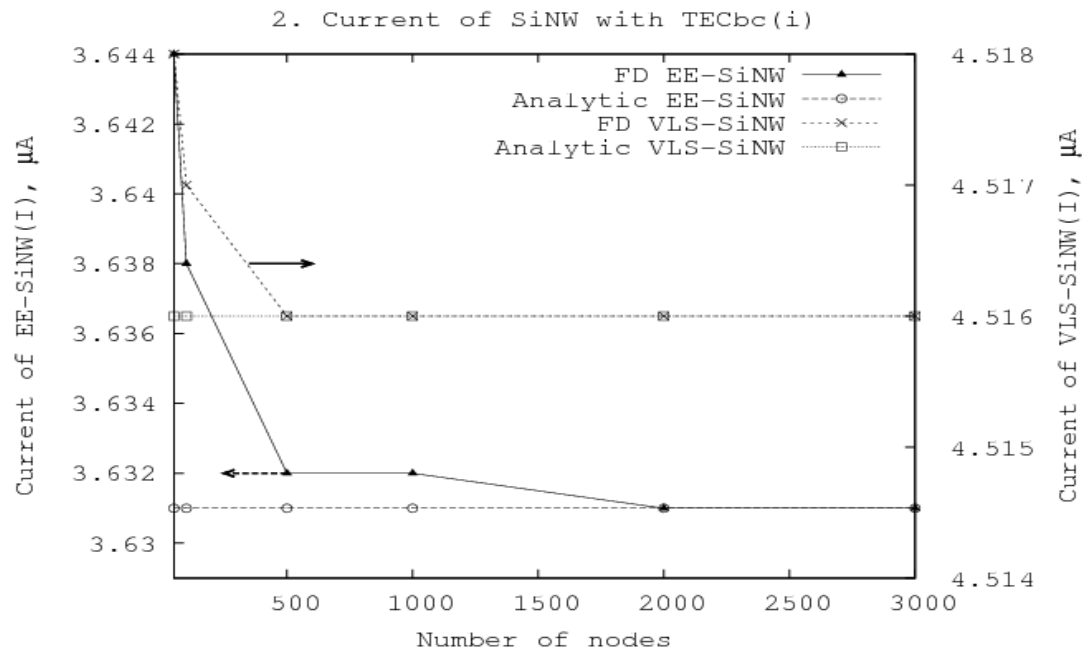
$$T'(L) = 0$$

$$V_C = 78.9 \text{ mV} \text{ และ } V_h = 0.0$$

$$\text{mV} \text{ นั่นคือ } \Delta V = 78.9 \text{ mV} \text{ และฝั่ง}$$

เย็นของ SiNW ติดอยู่กับอ่างความร้อน

อุณหภูมิต่ำเท่ากับ 293.0 K



รูปแสดงค่าประมาณกระแสไฟฟ้าของ EE-SiNW และ VLS-SiNW เมื่อมีจำนวนของ grid points ต่างๆ กัน จากทั้งวิธีผลต่างสลับเนื่องและวิธีเชิงวิเคราะห์ โดยกำหนดเงื่อนไขขอบเขตเป็น TECbc แบบที่ 1

7. ผลการศึกษา (5)

6.5 ความแตกต่างของอุณหภูมิบน SiNW

1.

$$x = 0 \quad \Delta V = V_C - V_h \quad x = L$$

$$V(0) = V_C, (+)$$

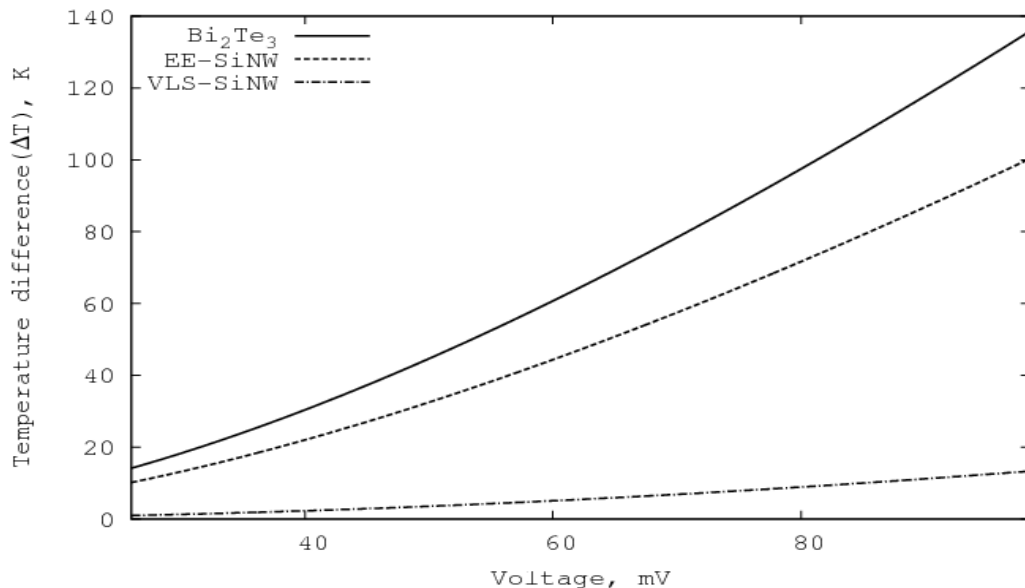
$$V(L) = V_h, (-)$$

$$T(0) = T_c (COLD)$$

$$T'(L) = 0$$

บน TE มีค่าจาก 26.0 mV ถึง 98.5 mV นั่นคือกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้ $V_C = 0$ V และ V_h มีค่าจาก 26.0 mV – 98.5 mV และฝั่งเย็นของ SiNW ติดอยู่กับแอ่งความร้อนอุณหภูมิต่ำเท่ากับ 293.0 K

3. Compared ΔT between 2 types of SiNW and Bi_2Te_3



$$\Delta T = \frac{1}{\alpha} \left[\Delta V + \frac{\kappa}{\alpha \gamma} \left(1 - \sqrt{1 + 2 \frac{\alpha \gamma}{\kappa} \Delta V} \right) \right]$$

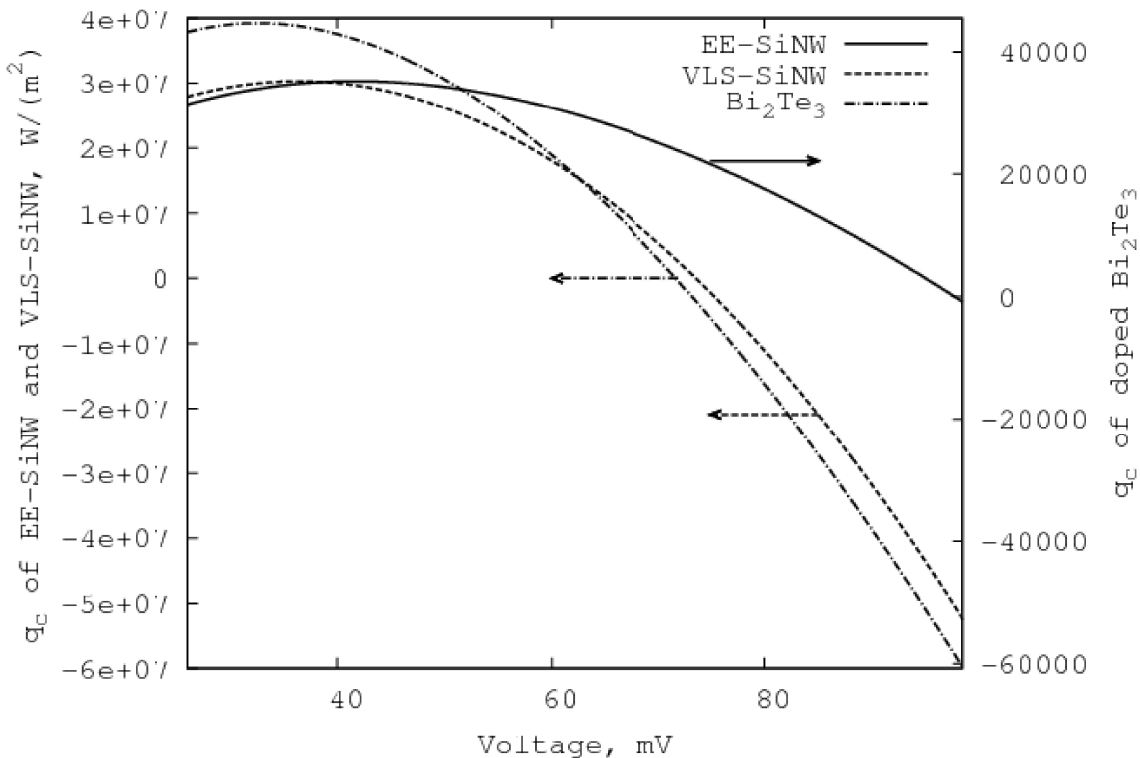
ΔT บน EE-SiNW, VLS-SiNW และ doped Bi_2Te_3 ที่ความต่างศักย์จาก 26.0 mV – 98.5 mV และอุณหภูมิฝั่งเย็น $T_c = 293$ K เมื่อเงื่อนไขขอบเขตเป็น TECbc แบบที่ 1

7. ผลการศึกษา (6)

6.6 ความหนาแน่นฟลักซ์กำลัง ความร้อนบนฟองเย็น

$$q_c = \alpha J_{TEC} T_C - \frac{J_{TEC}^2 L}{\gamma} \quad J_{TEC} = \frac{\kappa}{\alpha L} \left(-1 + \sqrt{1 + 2 \frac{\alpha \gamma}{\kappa} \Delta V} \right)$$

4. Compared q_c between 2 types of SiNW and Bi_2Te_3



q_c สูงสุดของ EE-SiNW และ VLS-SiNW มีค่าเท่ากันคือประมาณ 3.031×10^7 แต่เกิดขึ้นที่ค่าของความต่างศักย์ต่างกันคือ 41.7 mV และ 36.4 mV ตามลำดับ

$$q_{c \max} = \frac{\gamma}{L} \left(\frac{\alpha T_C}{2} \right)^2$$

$$\Delta V_{q_{c \max}} = \frac{\alpha T_C}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha \gamma}{\kappa} \right) \left(\frac{\alpha T_C}{2} \right)^2$$

7. ผลการศึกษา (7)

6.6 TECbc แบบที่ 2 : ให้กระแสไฟฟ้าบน TE

2.

$$\begin{array}{ccc}
 x = 0 & \xrightarrow{J} & x = L \\
 J(0) = J & & V(L) = V_h, (-) \\
 T(0) = T_c (COLD) & & T'(L) = 0
 \end{array}$$

ให้กระแสไฟฟ้าจาก $1.3 \mu A$ ถึง $4.2 \mu A$ และ
ค่าของ $V_h = 0 V$

เงื่อนไขขอบเขตคือ $T_c = 293.0 K$

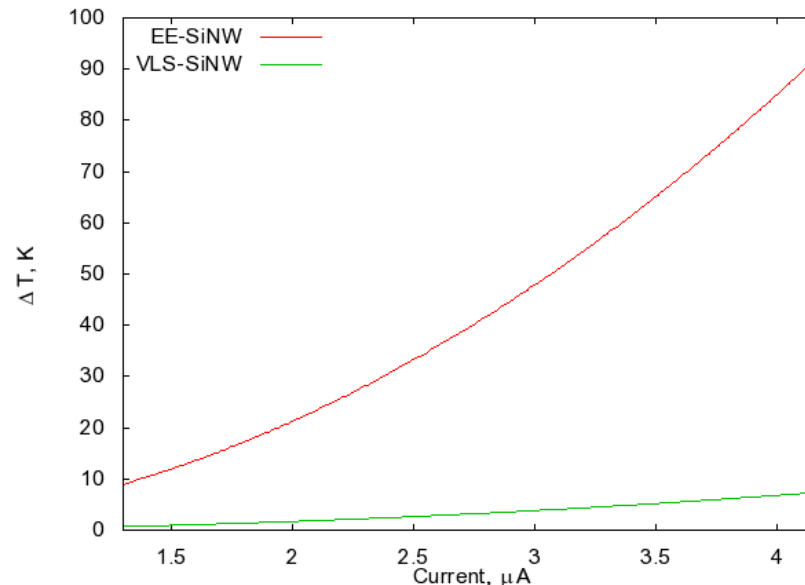
และ

เหมือนในแบบที่ 1

6.6.1 ความแตกต่างของอุณหภูมิ (มีลักษณะตรงกับ TECbc แบบที่ 1)

$$\Delta T = \frac{J^2 L^2}{2\kappa\gamma}$$

6. Compared ΔT between EE-SiNW and VLS-SiNW



7. ผลการศึกษา (8)

6.6 TECbc แบบที่ 2 : ให้กระแสไฟฟ้าบน TE (2)

6.6.2 ค่าความหนาแน่นฟลักซ์กำลังความร้อนบนฝั่งเย็น
(ลักษณะแนวโน้มน้องคล้องกับ TECbc แบบที่ 1)

$$q_c = \alpha J T_c - \frac{J^2 L}{\gamma}$$

q_c สูงสุดของ EE-SiNW และ VLS-SiNW มีค่าเท่ากันคือประมาณ
 3.031×10^7 ที่ กระแสไฟฟ้าประมาณ $2.11 \mu A$

$$q_{c \max} = \frac{\gamma}{L} \left(\frac{\alpha T_c}{2} \right)^2 \quad I_{qc \max} = \left(\frac{\alpha \gamma}{2} \right) \left(\frac{A}{L} \right) T_c$$

8. สรุปผลการศึกษา

ΔT ไม่ขึ้นกับความยาวของ SiNW ในแนวการใส่เงื่อนไขว้ขอบเขตเมื่อไบแอส $\square V$

และแปรผันโดยตรงเป็นแนวโค้งกับ $\square V$ เนื่องจากผลของ **correction term**

จาก **seebeck effect** ส่วนค่าของ $q_{c,max}$ จะไม่ขึ้นกับ $\square$ แต่ขึ้นกับความ

ยาวและอุณหภูมิฝั่งเย็น ณ $\square V$ ค่าหนึ่ง เพราะฉะนั้นจึงทำให้ **EE-SiNW** และ

VLS-SiNW มี $q_{c,max}$ เท่ากัน โดยสูงถึงประมาณ $3.031 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ ที่

41.7 mV และ **36.4 mV** ตามลำดับ และในกรณีที่กำหนดกระแสไฟฟ้าพบว่า

ให้ผลสอดคล้องกับกรณีไบแอส $\square V$ โดยได้ค่า $q_{c,max}$ เท่ากับแบบแรกที่กระแสไฟฟ้า

ประมาณ **$2.11 \mu A$** วิธีผลต่างสืบเนื่อง ต้องใช้จุดในการคำนวณสูงมากเมื่อค่า $\square$ ต่ำ จึง

ะ

ทำให้ความหนาแน่นกระแสใกล้เคียงกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์

9. กิตติกรรมประกาศ

1. โครงการสร้างปัญญาวิทย์ผลิตนักเทคโนโลยี (YSTP)
2. โครงการพัฒนาและส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (พสวท.)
3. นายเชษฐา รัตนพันธ์ , หน่วยปฏิบัติการวิจัยการจำลองขนาดใหญ่ (LSR) , NECTEC
4. นายสงกรานต์ ศิริเดชาชัย , หน่วยปฏิบัติการวิจัยการจำลองขนาดใหญ่ (LSR) , NECTEC
5. ดร. ศรเทพ วรรณรัตน์ , หน่วยปฏิบัติการวิจัยการจำลองขนาดใหญ่ (LSR) , NECTEC
6. ดร. ทิปานิส ชาญชัย , ภาควิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น